5 ISLM con Aspettative e Mkt Finanziari

Ci sono due differenze rispetto al modello senza aspettative:

1. Inseriamo all'interno dell'analisi la curva dei rendimenti dei titoli. Questo vuol dire che avremo un rendimento, $r(t)$ di breve periodo e un rendimento del titolo a lungo termine, $R(t)$.

2. Gli investimenti dipendono ora dal rendimento del titolo a lungo termine, $R(t)$.

Le aspettative giocano un ruolo importante nel modello, le inserieamo attraverso la variazione attesa del prezzo del titolo a lunga. Infacci questo non è altro che il valore presente scontato dei rendimenti attesi futuri.

Un elemento importante dell'analisi è dato dalla condizione di non-arbitraggio: il valore del rendimento a scadenza deve essere almeno uguale al tasso di interesse di mercato dei titoli con pari caratteristiche. Se questo non succede gli investitori non vorranno detenerlo. Facciamo anche due assunzioni: non c'è premio al rischio (quindi non c'è incertezza) e non ci sono costi di transazione.

Il titolo a lungo del modello è un titolo perpetuo (cioè senza scadenza) da cui si ottiene un rendimento costante a intervalli regolari. Il suo prezzo è, come abbiamo detto, il valore presente scontato dei rendimenti futuri (indicati con C, coupon):

$$\begin{aligned} V &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C}{(1+R)^N} \\ &= \frac{C}{(1+R)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^N} \\ &= \frac{C}{(1+R)} \frac{1+R}{(R)} \\ &= \frac{C}{R} \end{aligned}$$

Assumendo che $C = 1$, allora

$$V = \frac{1}{R}.$$

Possiamo calcolare il ritorno a breve (istantaneo) del titolo a lunga:

$$R\left(1+\frac{\partial(V)}{\partial t}\right) = R+\frac{\dot{V}}{V}$$
$$= R-\frac{\dot{R}}{R}$$

davo che $V = 1/R$, avremo infatti che:

$$\frac{\dot{V}}{V} = \frac{-\frac{\dot{R}}{R^2}}{\frac{1}{R}} = -\frac{\dot{R}}{R}$$

Di conseguenza otteniamo la condizione di non-arbitraggio, che ricordiamo ci dice che i rendimenti dei titoli a breve e lungo non devono essere diversi:

$$r = R-\frac{\dot{R}}{R}.$$

Questo ci dice che il maggior rendimento del titolo a lungo su quello a breve, deve esser compensato da una aspettative di diminuizione del prezzo del titolo a lunga.

Date queste premesse, come cambia il modello ISLM? Cambia la IS, perché gli investimenti sono ora funzione di R. Mentre la LM va riscritta in termini di R, utilizzando la condizione di non arbitraggio. Quindi, per il mercato dei beni avremo:

$$\dot{Y} = \phi[\bar{Z}-bR-[1-\epsilon]Y]$$

mentre l'equilibrio del mercato della moneta sarà dato da:

$$\begin{aligned} r &= \frac{k}{h}Y-\frac{1}{h}\frac{M^s}{P} \\ R-\frac{\dot{R}}{R^{ss}} &= \frac{k}{h}Y-\frac{1}{h}\frac{M^s}{P} \\ \dot{R} &= R^{ss}\left[R-\frac{k}{h}Y+\frac{1}{h}\frac{M^s}{P}\right] \end{aligned} \tag{25}$$

dove R^{ss} è un parametro che rappresenta il tasso di interesse di riferimento. Dividendo tutto per $\frac{h}{h}$ e assumendo che $\psi = R^{ss}/h$, riscriviamo l'equazione come segue:

$$\dot{R} = \psi \left[hR - kY + \frac{M^s}{P} \right].$$

Il nostro modello, ISLM con aspettative di lungo periodo, diventa:

$$\begin{cases} \dot{Y} = \phi[\bar{Z} - bR - [1-\epsilon]Y] \\ \dot{R} = \psi \left[hR - kY + \frac{M^s}{P} \right] \end{cases} \tag{26}$$

riscritta in forma matriciale otteniamo:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi(1-\epsilon) & -\phi b \\ -\psi k & \psi h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi \bar{Z} \\ \psi \frac{M}{P} \end{bmatrix}$$

1. Stato Stazionario

Lo stato stazionario del sistema (26) è definito dalla situazione in cui gli eccessi di domanda in entrambi i mercati sono nulli e quindi non c'è variazione temporale di entrambe le variabili endogene:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Quindi lo stato stazionario del modello con aspettative è uguale all'equilibrio del modello statico. C'è però da notare che in equilibrio $r = R$ dato che $\dot{R} = 0$.

1. Stabilità

Per studiare la stabilità del sistema (26), dobbiamo analizzare il segno della traccia e del determinante della matrice Jacobiana. Traccia e determinanti sono rispettivamente uguali a:

$$TR = -\phi[1-\epsilon] + \psi h$$

$$Det = -\phi[1-\epsilon]\psi h - \psi k \phi b$$

Il determinante è sempre minore di zero, mentre la traccia ha un segno indeterminato che dipende dai valori dei parametri. Date queste condizioni avremo quindi che l'equilibrio è un punto di sella.