Consumo e Risparmio

L'evidenza empirica sul consumo ci dice che è molto stabile nel tempo, il tuo tasso di crescita correla con il tasso di crescita del PIL e i loro valori sono simili. Quindi, il consumo medio è più o meno costante. Questo genera un problema nell'uso della funzione keynesiana. Infatti, data la funzione del consumo:

$$C = \bar{C} + cY$$

risulta subito chiaro che la propensione *media* al consumo

$$\frac{C}{Y} = \frac{\bar{C} + cY}{Y}$$

è decrescente nel reddito. Infatti facendo la derivata, si ottiene

$$\frac{\partial C/Y}{\partial Y} = -\bar{C}Y^{-2}$$

Questo risultato è in contrasto con l'evidenza empirica. Inoltre la funzione keynesiana non è microfondata.

Cosa fare?

1. Ci serve un modello per comprendere le scelte di consumo/risparmio partendo da un processo di scelta ottimizzante;

2. Inoltre, vanno considerate le aspettative, così come un tasso di interesse;

3. Dobbiamo quindi presentare le teorie neoclassiche del consumo (reddito permanente e random walk hypothesis);

4. In queste teorie il tasso di risparmio è endogeneo, i risparmi sono visti come *'la rinuncia'* al consumo oggi in cambio di consumo domani: scelta intertemporale

Teoria Reddito Permanente

Ipotesi:

- La scelta di quanto consumare oggi deve dipendere dal vincolo di bilancio intertemporale;

- c'è smoothing del consumo nel tempo;
- assumiamo totale certezza
- c'è una famiglia rappresentativa che vive T periodi ma *non sconta* il futuro;
- la famiglia ha una ricchezza iniziale A_0 e ha una sequenza di guadagni futuri $Y_1, Y_2, Y_3.., Y_T$

Quindi il problema di massimizzazione della famiglia rappresentativa è dato da:

$$\max_{C} \quad U(C_t)$$
$$\text{s.t.} \sum_{t=1}^{T} C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t$$

La lagrangiana relativa è:

$$\mathcal{L} = \quad \sum_{t=1}^{T} U(C_t) + \lambda \left[A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t - \sum_{t=1}^{T} C_t \right]$$

e massimizzando per C_t otteniamo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \quad u'(C_t) = \lambda.$$

Questo implica che il consumo è costante nel tempo:

$$C_t = C = \frac{1}{T} \left[A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t \right].$$

Conoscendo i consumi, possiamo conoscere i risparmi.

$$\begin{aligned} S_t &= Y_t - C_t \\ &= Y_t - \frac{1}{T} \left[A_0 + \sum_{t_1}^{T} Y_t \right] \\ &= Y_t - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} Y_t - \frac{1}{T} A_0 \\ &= \hat{Y}_t - \frac{1}{T} A_0 \end{aligned}$$

dove $\hat{Y}_t$ è la deviazione corrente del guadagno rispetto al valore medio. I risparmi sono quindi impiegati per mantenre un profilo del consumo costante. È questa l'ipotesi base del reddito permanente. Tuttavia la spesa in beni durevoli delle famiglie crolla dopo la pensione. Possiamo pensare che ci siano stati errori di pianificazione? È una violazione dell'ipotesi del reddito permanente? Oppure possiamo pensare che, con l'arrivo della pensione, cambiano le aspettative? Questo principio, cambio del profilo del consumo dovuto ad una news, è generale?

Random Walk Hypothesis (Hall, 1978)

Introduciamo nel modello del Reddito Permanente sia l'incertezza che le aspettative razionali. L'utilità è quindi attesa e assumiamo che sia rappresentata da una funzione quadratica. Per adesso manteniamo l'ipotesi che la famiglia non sconti il futuro:

$$E[U] = E\left[\sum_{t=1}^{T}\left(C_t - \frac{\mu}{2}C_t^2\right)\right]$$

quindi il problema di massimizzazione è dato da:

$$\max_{C} \quad E\left[\sum_{t=1}^{T}\left(C_t - \frac{\mu}{2}C_t^2\right)\right]$$
$$\text{s.t.} \sum_{t=1}^{T} C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t$$

La lagrangiana relativa è:

$$\mathcal{L} = \quad E\left[\sum_{t=1}^{T}\left(C_t - \frac{\mu}{2}C_t^2\right)\right] + \lambda\left[A_0 + \sum_{t=1}^{T} Y_t - \sum_{t=1}^{T} C_t\right]$$

Se ottimizziamo il consumo al periodo 1, otteniamo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1}: \quad E_1[1 - \mu C_1] = 1 - \mu C_1 = \lambda.$$

Notiamo però che il consumo al periodo 1 è conosciuto, non abbiamo aspettative. Calcoliamo quindi la derivata rispetto al consumo al tempo t:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t}: \quad E_1[1-\mu C_t] = \lambda.$$

unendo i due risultati otteniamo che:

$$\begin{aligned} 1-\mu C_1 &= E_1[1-\mu C_t] \\ C_1 &= E_1[C_t] \end{aligned}$$

questo vuol dire che il vincolo di bilancio - che considera l'intero arco di vita della famiglia - è vincolante già al periodo 1:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^{T} E_1[C_t] &= A_0 + \sum_{t=1}^{T} E_1[Y_t] \\ TC_1 &= A_0 + \sum_{t=1}^{T} E_1[Y_t] \\ C_1 &= \frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} E_1[Y_t]\right) \end{aligned}$$

I consumatori quindi, consumano una frazione $(1/T)$ delle risorse attese di tutta la vita. Nei fatti il vincolo è *vincolante* in aspettativa nel periodo 1:

$$\begin{aligned} C_1 &= E_1[C_t] \\ &= E_1[C_2] \\ C_{t-1} &= E_{t-1}[C_t] \end{aligned}$$

Date le aspettative, però, i cambiamenti nel consumo risultano essere *imprevedibili*, ci sono errori:

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= C_t - E_{t-1}[C_t] \\ C_t &= E_{t-1}[C_t] + \epsilon_t \\ &= C_{t-1} + \epsilon_t \\ C_t - C_{t-1} &= \epsilon_t. \end{aligned}$$

L'evoluzione del consumo segue, quindi, un *random walk*. Ma cosa guida la variazione nell'errore (ϵ)?

$$
\begin{aligned}
C_2 &= \frac{1}{T-1}\left(A_1 + \sum_{t=2}^{T} E_2[Y_t]\right) \\
&= \frac{1}{T-1}\left(A_0 + Y_1 - C_1 + \sum_{t=2}^{T} E_2[Y_t]\right) \\
&= \frac{1}{T-1}\left(A_0 + Y_1 - C_1 + \sum_{t=2}^{T} E_1[Y_t] + \left[\sum_{t=2}^{T} E_2[Y_t] - \sum_{t=2}^{T} E_1[Y_t]\right]\right) \\
&= \frac{1}{T-1}\left(TC_1 - C_1 + \left[\sum_{t=2}^{T} E_2[Y_t] - \sum_{t=2}^{T} E_1[Y_t]\right]\right) \\
&= C_1 + \frac{1}{T-1}\left[\sum_{t=2}^{T} E_2[Y_t] - \sum_{t=2}^{T} E_1[Y_t]\right]
\end{aligned}
$$

I cambiamenti nel consumo fra un periodo e l'altro sono dovuti as errori nella stima delle risorse future attese.

La funzione quadratica presenta una caratteristica particolare. Per questa funzione vale infatti la cosiddetta *'certainty equivalence'*: la famiglia farebbe le stesse scelte di risparmio se invece di una sequenza di guadagni incerti ricevesse una serie **certa** di guadagni uguale alla media della serie **incerta**.

Tuttavia, presente anche un problema: la sua derivata terza è uguale a zero. Questo implica che i costi delle variazioni del consumo non dipendono dal reddito. Inoltre, le abitudini di consumo non cambiano all'aumentare dell'incertezza, a patto che il valore medio non cambi.

Se l'utilità marginale è convessa (la derivata terza è diversa da zero), abbiamo come risultato che all'aumentare dell'incertezza il consumo di oggi diminuisce. E questo implica l'esistenza di *risparmi precauzionali*.

Cambiamo quindi funzione di utilità per analizzare le scelte di risparmio quando consideriamo preferenza intertemporale e scontiamo i redditi futuri. Per concentrarci su questi elementi, tralasciamo le aspettative, che possono essere tranquillamente inserite nell'analisi dopo.

Assumiamo che la funzione di utilità sia con avversione al rischio relativa costante (CRRA):

$$U(C) = \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

dove σ è il parametro che rappresenta l'avversione al rischio. Sapendo che:

$$\frac{\partial U}{\partial C} = u^{'}(C) = C^{-\sigma}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial^2 C} = u^{''}(C) = -\sigma C^{-\sigma-1}$$

mostriamo che l'avversione al rischio relativa è costante:

$$-C\frac{u^{''}(C)}{u^{'}(C)} = -C\frac{-\sigma C^{-\sigma-1}}{C^{-\sigma}} = \sigma.$$

Possiamo quindi riscrivere il problema di massimizzazione, considerando il tasso di preferenza intertemporale (ρ) e il tasso di interesse (r) come segue:

$$\max_{C} \quad \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t}\frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

$$\text{s.t.} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^t}C_t \leq A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^t}Y_t$$

dove

$$\frac{1}{(1+\rho)^t} = \beta^t$$

che abbiamo già incontrato. La lagrangiana relativa è:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t}\frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \lambda\left[A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^t}Y_t - \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^t}C_t\right]$$

Se ottimizziamo il consumo al periodo t, otteniamo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} : \frac{(1-\sigma)}{(1+\rho)}\frac{C_t^{-\sigma}}{(1-\sigma)} = \lambda\frac{1}{(1+r)}.$$

Da questa equazione possiamo ricavare l'equazione di Eulero:

$$\frac{(1-\rho)^{t+1}}{(1+\rho)^t}\frac{C_t^{-\sigma}}{C_{t+1}^{-\sigma}} = \frac{(1+r)^{t+1}}{(1+r)^t}$$
$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = (\beta(1+r))^{\frac{1}{\sigma}}$$

Questa equazione ci dice che il costo marginale del consumo al tempo t è uguale al beneficio marginale al tempo $t+1$. La famiglia è quindi indifferente fra consumare una unità aggiuntiva oggi o risparmiarla per consumare di più domani.

Da notare che:

- il consumo segue un random walk solo se $\rho = r$;
- il consumo cresce se $r > \rho$.