

## Esercizio - Modello ISLM in tempo continuo con soluzioni

Il modello ISLM in tempo continuo, in cui sia produzione che tasso di interesse si adeguano lentamente, è rappresentato dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
 C(t) &= 15 + 0.75Y_d(t) \\
 T(t) &= 0.25Y(t) \\
 I(t) &= 10 - 1.525r(t) \\
 G(t) &= 25 \\
 \bar{T}R &= 0 \\
 \bar{P} &= 1 \\
 M^d(t) &= 0.25Y(t) - 0.5r(t) \\
 \bar{M}^s &= 8 \\
 \phi &= 0.05 \\
 \psi &= 0.8
 \end{aligned}$$

(a) Determinate il sistema dinamico di equazioni differenziali per  $Y$  e  $r$ ;

$$\begin{cases} \dot{Y} = \phi[\bar{Z} + \epsilon Y - br - Y] \\ \dot{r} = \psi[kY - hr - \frac{M}{P}] \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{Y} = 0.05[50 + 0.5625Y - 1.525r - Y] \\ \dot{r} = 0.8[0.25Y - 0.5r - \frac{8}{1}] \end{cases} \quad (2)$$

(b) Determinate lo stato stazionario;

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \begin{cases} Y^E = 62 \\ r^E = 15 \end{cases} & \quad (3)
 \end{aligned}$$

(c) Dite se l'equilibrio è stabile o instabile. Se stabile, è un nodo o un fuoco?

$$Traccia = -[\phi(1 - \epsilon) + \psi h] = -0.421875$$

$$Determinante = \phi\psi h[1 - \epsilon] + \phi b\psi k = 0.024$$

$$Trace^2 = 0.1779 > 4 * Determinant = 0.096$$

Lo stato stazionario è un nodo stabile.

(d) Fornite una rappresentazione grafica;

(e) Mostrate graficamente il caso di una politica fiscale espansiva e fornite una spiegazione del processo di aggiustamento dal vecchio al nuovo stato stazionario.

L'aumento della spesa pubblica, porta ad un aumento delle componenti autonome della spesa ( $\bar{Z}$ ) e quindi del reddito. L'aumento di reddito porta ad un aumento della domanda di moneta e, data l'offerta, all'aumento del tasso di interesse con conseguente spiazzamento degli investimenti (che si riducono). Nei grafici qui sotto, potete vedere la convergenza nello spazio  $(r, Y)$  e le serie storiche di reddito e tasso di interesse. Notate come la convergenza sia monotonica.

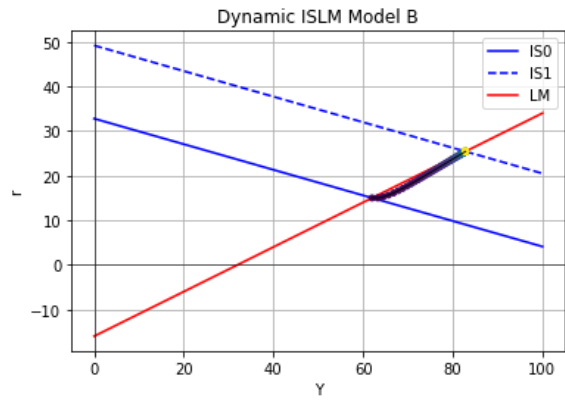


Figura 1: Convergenza dopo politica fiscale: caso b

